Donc on aura :

$\text{Arg}(z') - 2\,\text{Arg}(z) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

$\Leftrightarrow$

$\text{Arg}\left(\frac{z-2}{z}\right) + \pi \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

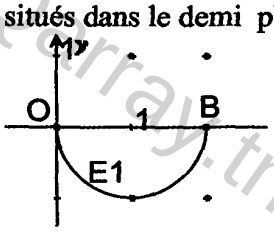
$\Leftrightarrow$

$\text{Arg}\left(\frac{z-2}{z}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$, posons B le point d'affixe 2

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{z-z_B}{z-z_O}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BM}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

Finalement l'ensemble $E_1$ des points M est le demi-cercle de diamètre[OB] privé de O et B situés dans le demi plan $y \leq 0$




● a) O,$M_1$ et $M_2$ sont alignéssi et seulement si : $\frac{aff(\overrightarrow{OM_1})}{aff(\overrightarrow{OM_2})}$ est réel

- si $z = 0$ alors $M_1 = M_2 = O$
- Si $z \neq o$ on aura: $\frac{z^2}{2z}$ est réel donc $\frac{z}{2}$ est réel

C'est-à-dire z est un réel par suite **l'ensemble $E_2$ des points M tels que O , $M_1$ et $M_2$ sont alignés est la droite des abscisses**

b) pour tout z non réel on a :

$aff(\overrightarrow{OM_1}) = z_1 = z^2$

$aff(\overrightarrow{M'M_2}) = z_2 - z' = 2z - (2z - z^2) = z^2$

D'où : $aff(\overrightarrow{OM_1}) = aff(\overrightarrow{M'M_2})$ donc $\overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{M'M_2}$

Par suite $OM_1M_2M'$ est un parallélogramme

## Exercice n° 14

*Pour $z = 1$ le résultat est trivial

*Pour $z \neq 1$ Les points d'affixes respectives 1, z et $z^2$ *sont alignés signifie* $\frac{z^2-1}{z-1}$ est réel

$\Leftrightarrow \frac{(z-1)(z+1)}{z-1} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z-1$ réel$\Leftrightarrow z$ réel

Conclusion : **l'ensemble des points M(z) du plan complexe tels que les points d'affixes respectives 1, z et $z^2$ sont alignés est la droite des abscisses.**

## Exercice n° 15

Soient r et $\theta$ le module et l'argument de $1 - i\sqrt{3}$

On a :

$r = |1 - i\sqrt{3}| = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{4} = 2$

$\left.\begin{array}{l}\cos\theta = \frac{1}{r} = \frac{1}{2} \\ \sin\theta = \frac{-\sqrt{3}}{r} = \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{array}\right\}$ d'où $\theta = -\frac{\pi}{3}$

D'où :

● $(-i\sqrt{3})^n = (2e^{-i\frac{\pi}{3}})^n$

$= 2^n e^{-i\frac{n\pi}{3}} = 2^n(\cos\frac{n\pi}{3} - i\sin\frac{n\pi}{3})$, $n \in \mathbb{N}$

On a donc : $(1 - i\sqrt{3})^n$ est un réel positif si et seulement si : $\cos\frac{n\pi}{3} \geq 0$ et $\sin\frac{n\pi}{3} = 0$ d'où n est un multiple de 6

## Exercice n° 16 rectifier

$Z = \cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5}$

● a) $Z = e^{i\frac{2\pi}{5}}$ donc $Z^5 = (e^{i\frac{2\pi}{5}})^5 = e^{2i\pi} = 1$

Par suite $Z^5 - 1 = 0$

b) on a : $Z^5 - 1 = (Z-1).(Z^4 + Z^3 + Z^2 + Z + 1)$

$Z \neq 1$ et $Z^5 - 1 = 0$ équaut à: $Z^4 + Z^3 + Z^2 + Z + 1 = 0$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn